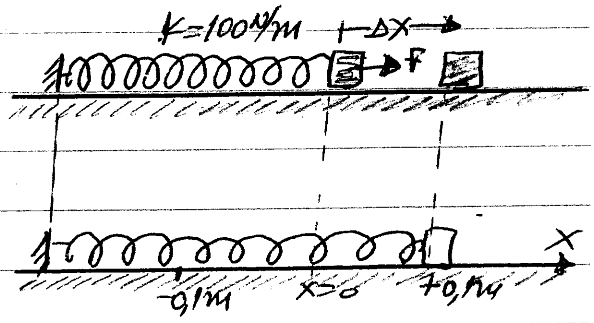
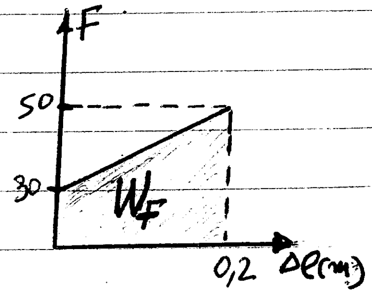
4.2.72. α) Χωρίς τους επιβάτες τα ελατήρια είναι συσπειρωμένα κατά Δℓ
$M_{αυτ} g = 4K\cdot Δℓ$ (1) Με τους επιβάτες τα ελατήρια συσπειρώνονται επιπλέον κατά $Δℓ_0 = 2\cdot10^{-2}$ m, $(4m+M_{αυτ})g = 4K(Δℓ+Δℓ_0)$ (2)
Από (1),(2) έχουμε $4mg = 4K\cdot Δℓ_0$ ή $K = 3\cdot10^4$ N/m
β) $D = 4K = 12\cdot10^4$ N/m (βλ. λυμένα παραδείγματα, παράλληλη σύνδεση)
γ) $E = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow A = 0{,}05$ m, $D = m\omega^2$ ή $\omega = 10$ rad/s ή $f = \frac{5}{\pi}$ Hz
δ) $D'_{επ} = m\omega^2 = 60\cdot100$ ή $D'_{επ} = 6\cdot10^3$ N/m
$u_{max} = \omega A = 0{,}5$ m/s

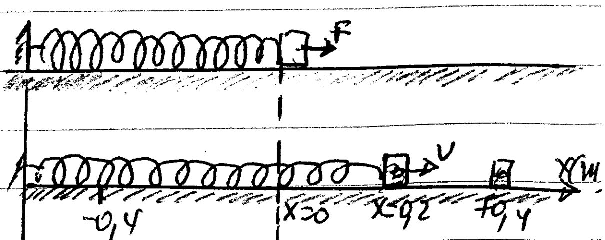
4.2.73 α) $E_{προσ} = W_F = F\Delta x = 2J$
$E_{ταλ} = E_{προσ} = 2J$, $E_{ταλ} = \frac{1}{2}DA^2$ ή
ή $A = 0{,}1$ m ... άρα μόλις καταργηθεί η δύναμη η ταχύτητα είναι μηδέν.
$T = 2\pi\sqrt{m/D} = \frac{2\pi}{10}$ s και $\omega = 10$ rad/s



β) $x = 0{,}1ημ(10t+\pi/2)$, $υ = 1συν(10t+\pi/2)$
γ) $υ_0 = 1$ m/s δ) $α_0 = 10$ m/s², $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{10}$ s

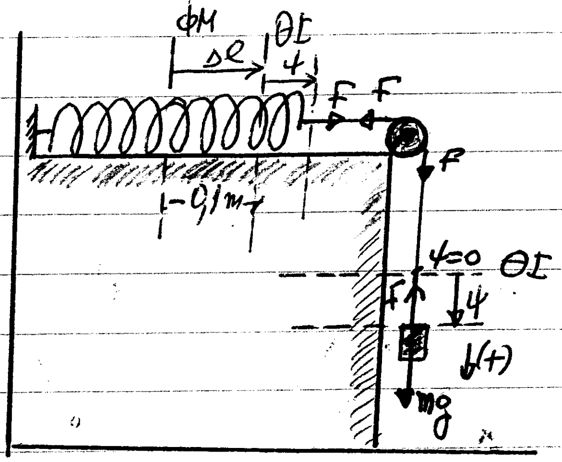
4.2.74. α) βλ. λυμένα παραδείγματα
β) $E_{ταλ} = E_{προσ} = W_F = 8J$
$E_{ταλ} = \frac{1}{2}DA^2$ ή $A = 0{,}4$ m, $T = \frac{2\pi}{10}$ s
γ) $x = 0{,}4ημ(10t+\frac{\pi}{6})$
$υ = 4συν(10t+\frac{\pi}{6})$
δ) $\frac{1}{2}mυ^2 + \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2$ ή $υ = \pm3{,}2$ m/s
$dp/dt = ΣF = -Dx = 24$ kg m/s
$dK/dt = ΣF\cdot υ = \pm76{,}8$ J/s





4.2.75. α) $\frac{T}{2} = \frac{\pi}{10} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{10}$ s και $\omega = 10$ rad/s, $D = m\omega^2 = 200$ N/m $= K$
$E = \frac{1}{2}DA^2$ ή $A = 0{,}2$ m και $υ_0 = \omega A$ ή $υ_0 = 2$ m/s
β) Οι ταλαντώσεις γίνονται γύρω από θέση (y=0) όπου το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά Δℓ, $mg = kΔℓ$ ή $Δℓ = 0{,}1$ m
Στη θέση φυσικού μήκους $y = 0{,}1$ m, $U = \frac{1}{2}Dy^2 = 1J$ και $K = 3J$

$K=\frac{1}{2}mv^2$ ή $v=\pm\sqrt{3}\ m/s$, $dK/dt=\Sigma F\cdot v=-Dy\cdot v$ ή $dK/dt=\pm 20\sqrt{3}\ J/s$



4.276 α) Για τη θέση ισορροπίας του σώματος

$mg=K\Delta\ell$ (1) ή $K=100N/m$

Σε τυχαία θέση $\Sigma F_y=mg-F$ ή

$\Sigma F_y=mg-K(\Delta\ell+y)\xrightarrow{1}\Sigma F_y=-Ky$

Άρα ααΤ με $D=K=100N/m$, $\omega=10\ r/s$ και

$A=0,08m$

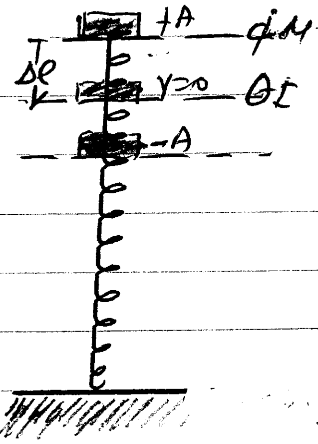
β) $v_0=\omega A=0,8\ m/s$

γ) Πρέπει το νήμα να είναι συνεχώς τεντωμένο $F\geq 0$, $\Sigma F=-Dy$ ή $mg-F=-Dy$

ή $F=mg+Dy\geq 0$ ή $y\geq-\frac{mg}{D}$ ή $y\geq-0,1m$ άρα $A_{max}=0,1m$

δ) $F_{max}=mg+Dy_{max}=20N$ άρα $T_{θρ}=20N$.

4.277



α) $\Delta t=\frac{T}{4}$ ή $T=4\Delta t$ ή $T=\frac{\pi}{5}s$

$\omega=\frac{2\pi}{T}$ ή $\omega=10\ r/s$

$D=K=m\omega^2$ ή $K=100N/m$

$A=\Delta\ell_{στατ}$, $mg=K\Delta\ell$ ή $\Delta\ell=0,10m$

άρα $A=0,10m$ και $v_0=\omega A=1\ m/s$

β) $\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)_{max}=\Sigma F_{max}=\pm DA$ ή $\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)_{max}=\pm 10\ kgm/s^2$

$\Delta\ell=0$ ή $\Delta\ell=0,2m$

γ) $y=0,1\eta\mu(10t+\pi/2)$, $v=1\sigma\upsilon\nu(10t+\pi/2)$

$\Sigma F=-Dy$ ή $\Sigma F=-10\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})$

$\Sigma F=-Dy$ ή $F_{ελ}=mg-Dy$ ή $F_{ελ}=10-10\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})$

4.278 α) Αρχική θέση ισορροπίας

$K\Delta\ell_1=m_1g$ ή $K=100N/m$

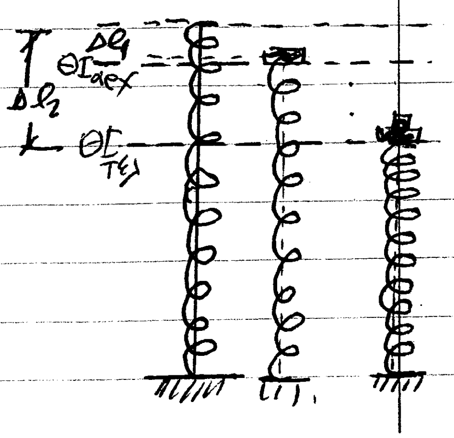
Τελική θέση ισορροπίας

$K\Delta\ell_2=(m_1+m_2)g$ ή $\Delta\ell_2=0,4m$

$A=\Delta\ell_2-\Delta\ell_1$ ή $A=0,3m$

$\omega=\sqrt{D/m_{ολ}}=\sqrt{K/m_{ολ}}$ ή $\omega=5\ rad/s$

$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{5}s$



β) $(\Delta\psi/\Delta t)_{max} = \upsilon_{max} = \omega A = 1,5\, m/s$

γ) Όταν $\Delta\ell = 0,16m \Rightarrow \psi = 0,40 - 0,16 \Rightarrow \psi = 0,24m$

$E_{ολ} = \frac{1}{2}DA^2 = 4,5J$, $U = \frac{1}{2}D\psi^2 = 2,88J$, $K = E_{ολ} - U = 1,62J$

$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ ή $\upsilon = -0,9\, m/s$

$dK/dt = \Sigma F\upsilon = -D\psi\upsilon$ ή $dK/dt = -100\cdot 0,24\cdot(-0,9)$ ή $\boxed{dK/dt = 21,6\, J/s}$

4.2.79 α)

α) Ισορροπία ταλαντωτή $mg = KA_1$; $E_{ολ} =$ σταθερή $\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}KA_1^2$ $\Big\} \Rightarrow \frac{g}{\upsilon_1^2} = \frac{1}{A_1}$ ή $A_1 = 0,1m$

$mg = KA_1$ ή $K = 100\, N/m$

$D = K = m\omega_1^2$ ή $\omega_1 = 10\, rad/s$ ή $T_1 = \frac{\pi}{5}s$

β) $A_2 = 0,4m$, $D = K = 4m\omega_2^2$ ή $\omega_2 = 5\, rad/s$ ή $f_2 = \frac{5}{2\pi}Hz$, $\upsilon_{o2} = \omega_2 A_2 = 2\, m/s$

γ) $\frac{K_{1max}}{K_{2max}} = \frac{\frac{1}{2}DA_1^2}{\frac{1}{2}DA_2^2}$ ή $\frac{K_{1max}}{K_{2max}} = \frac{1}{16}$

4.2.80 α) Αρχική θέση ισορροπίας συστήματος $M_{ολ}g = K\Delta\ell_1$ ή $\Delta\ell_1 = 0,4m$

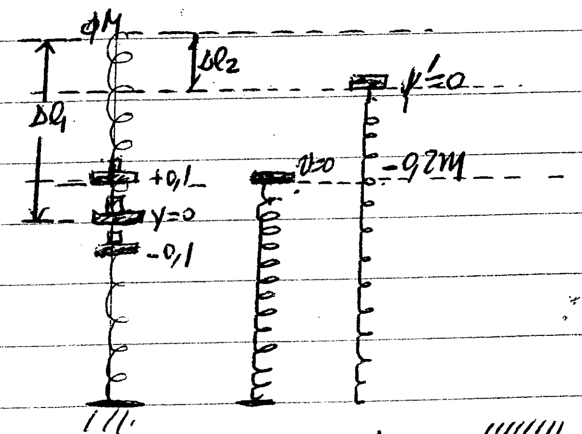
Θέση ισορροπίας δίσκου $Mg = K\Delta\ell_2$ ή $\Delta\ell_2 = 0,1m$.

Τη στιγμή που αφαιρείται το σώμα ο δίσκος έχει $\upsilon = 0$ και απέχει από τη θέση ισορροπίας του 0,2m άρα $A' = 0,2m$

β) $D' = K = M\omega'^2$ ή $\omega' = 10\, rad/s$

$\upsilon_0' = \omega' A' = 2\, m/s$

$\Delta t = \frac{T'}{4} = \frac{\pi}{20}s$



4.2.81 α) Θέση ισορροπίας σώματος: $mg = F$, $F = K\Delta\ell$ άρα $mg = K\Delta\ell$ (1)

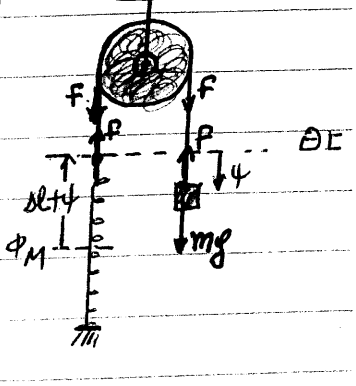
Τυχαία απομάκρυνση ψ...

$\Sigma F_y = mg - F$, $F = K(\Delta\ell + \psi)$ $\Big\} \overset{(1)}{\Rightarrow} \Sigma F_y = -K\psi$, άρα ΑΑΤ με $D = K = 64\, N/m$

β) $D = K = m\omega^2$ ή $\omega = 8\, rad/s$

$\psi = 0,1\,ημ(8t + \frac{\pi}{2})$

γ) Την $t = \frac{\pi}{24}s$, $\psi = 0,05m$, $\Sigma F = -F + mg = -D\psi$ ή $F = 13,2N$



4.2.82 α) Θέση ισορροπίας

Σ_1: $M_1 g = F$

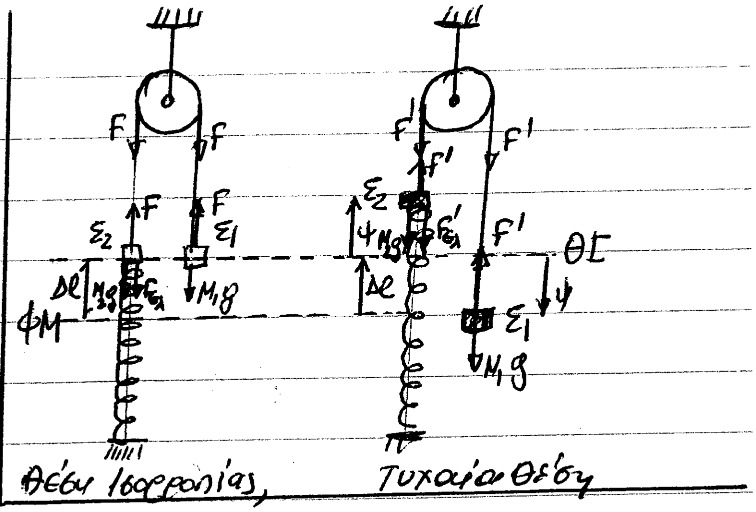
Σ_2: $F = M_2 g + k\Delta\ell$ $\Big\}$ $M_1 g = M_2 g + k\Delta\ell$ (1)

απ' όπου $\Delta\ell = 0{,}1m$

Τυχαία θέση:

$\Sigma F_{συστ} = M_1 g - F' + F' - M_2 g - k(\Delta\ell + y)$

ή $\Sigma F = -ky$. άρα το σύστημα εκτελεί α.α.τ με $D = k = 100N/m$.



... και διαφορετικά:

Σ_1: $\Sigma F_y = M_1 g - F' = m_1 a$

Σ_2: $\Sigma F_y = F' - M_2 g - k(\Delta\ell + y) = M_2 a$ $\Big\}$ $\xrightarrow{(1)}$ $-ky = (m_1 + m_2)a$ ή

$$a = -\frac{k}{m_1+m_2}y \quad (2)$$

Σ_1: $\Sigma F_y = m_1 a \xrightarrow{(2)} \Sigma F_y = -\frac{m_1}{m_1+m_2}ky = -D_1 y$

Σ_2: $\Sigma F_y = m_2 a \xrightarrow{(2)} \Sigma F_y = -\frac{m_2}{m_1+m_2}ky = -D_2 y$

β) Σύστημα $D = k = 100N/m$, Σ_1: $D_1 = \frac{m_1 k}{m_1+m_2} = 62{,}5N/m$

Σ_2: $\frac{m_2}{m_1+m_2}k = 37{,}5N/m$

Διαφορετικά: Σύστημα $D = k = m_{ολ}\omega^2$ ή $\omega = 5rad/s$

Σ_1: $D_1 = M_1\omega^2 \Rightarrow D_1 = 62{,}5N/m$, Σ_2: $D_2 = M_2\omega^2 = 37{,}5N/m$

γ) $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{D_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{m_1 k/(m_1+m_2)}}$ ή $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}} = \frac{2\pi}{5}s$

όμοια $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{D_2}} = 2\pi/5\ s$

δ) Προσοχή!!

Μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης δεν είναι η $v = 1m/s$ αλλά η αρχική ταχύτητα του συστήματος

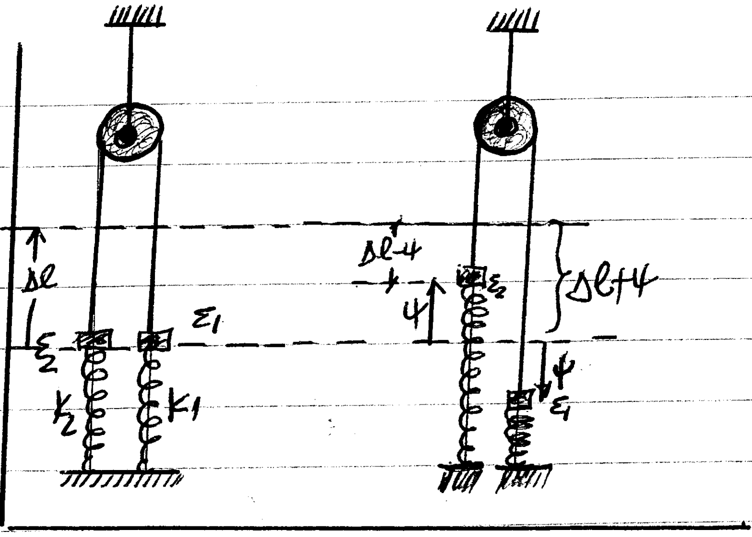
$m_1 v = (m_1+m_2)v_0 \Rightarrow 2{,}5 \cdot 1 = 4 \cdot v_0$ ή $v_0 = 0{,}625m/s$

$v_0 = \omega A$ ή $A = 0{,}125m$

4.2.83. Θέση ισορροπίας

$m_2 g = k_1 \Delta\ell_2$ ή $\Delta\ell_2 = 0,1m$

$m_1 g = k_2 \Delta\ell_1$ ή $\Delta\ell_1 = 0,1m$ $\Big\}\ \Delta\ell_1=\Delta\ell_2=\Delta\ell$



Τυχαία θέση

α) $\Sigma F_{συστ} = M_1 g - F - k_1(\Delta\ell+y) + F + k_2(\Delta\ell+y) - M_2 g \Rightarrow$

$\Rightarrow \Sigma F_{συστ} = -(k_1+k_2)y$

άρα α.α.τ με $D=k_1+k_2=400 N/m$

β) $D = m_{ολ}\omega^2$ ή $\omega = 10 rad/s$

$D_1 = m_1\omega^2 = 100N/m$ και $D_2 = 300N/m$

γ) $T_1=T_2=2\pi\sqrt{m_{ολ}/D}$ ή $T_1=T_2=2\pi/10\, s$

δ) $y = 0,05\,ημ(10t+\frac{\pi}{2})$; $v = 0,5\,συν(10t+\frac{\pi}{2})$ (S.I.)

4.2.84

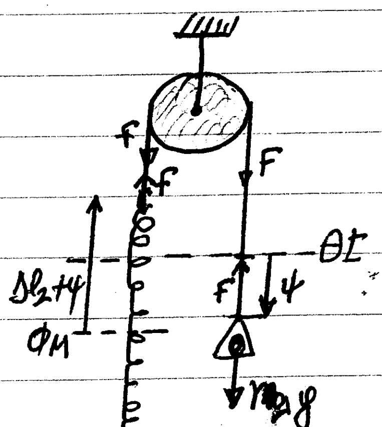
α) βλ. 4.2.81

β) $D = k = 50N/m$, $A=0,1m$, $\omega=10 rad/s$

$F_{ελ,max} = k\Delta\ell_{max} = k\cdot 2A$ ή $F_{ελ,max}=10N$

γ) $\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{20}s$

4.2.85



Θέση ισορροπίας δίσκου: $M_1 g = F$, $F = k\Delta\ell_1$ $\Big\}\Rightarrow M_1 g = k\Delta\ell_1$

ή $\Delta\ell_1 = 0,02m$

Θέση ισορροπίας συστήματος: $M_{ολ} g = k\Delta\ell_2$ (1)

ή $\Delta\ell_2 = 0,10m$

Πλάτος ταλάντωσης $A = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 = 0,08m$

α) Τυχαία θέση

$\Sigma F_y = m_{ολ} g - F$ ...(2)

$F = k(\Delta\ell_2+y) = k\Delta\ell_2 + ky \xRightarrow{(1)} F = m_{ολ} g + ky$ (3)

(2),(3) $\Rightarrow \Sigma F_y = -ky$, άρα α.α.τ με $D=k=100N/m$

β) $D = m_{ολ}\omega^2 \Rightarrow \omega = 10 rad/s$, $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{max} = a_{max} = \omega^2 A = 100\cdot 0,08 = 8 m/s^2$

γ) $\Sigma F = -Dy \Rightarrow M_{ολ}g - F = -Dy$ ή $F = M_{ολ}g + Dy = 1\cdot 10 + 100(-0,08)$

ή $F = 2N$

4.2.86 α) Ως προηγούμενα παραδείγματα $\Sigma F=-D\psi$, $D=K=400\,N/m$

β) Αρχικά το ελατήριο δεν έχει αποστεί παραμόρφωση. Με την τοποθέτηση του σώματος στο δίσκο η θέση ισορροπίας είναι χαμηλότερα κατά $mg=k\Delta l$ ή $\Delta l=5\cdot10^{-3}m$, ... άρα $A=5\cdot10^{-3}m$

$D=m_{ολ}\omega^2$ ή $K=m_{ολ}\omega^2$ ή $\omega=\sqrt{\frac{400}{1}}=20\,rad/s$ και $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{10}s$

4.2.87. Για τη θέση ισορροπίας

Σώμα $\Sigma F_y=0$ ή $F=Mg$ (1)

Τροχαλία: $F'=2F$

Ελατήριο k_1: $F'=k_1\Delta l_1$

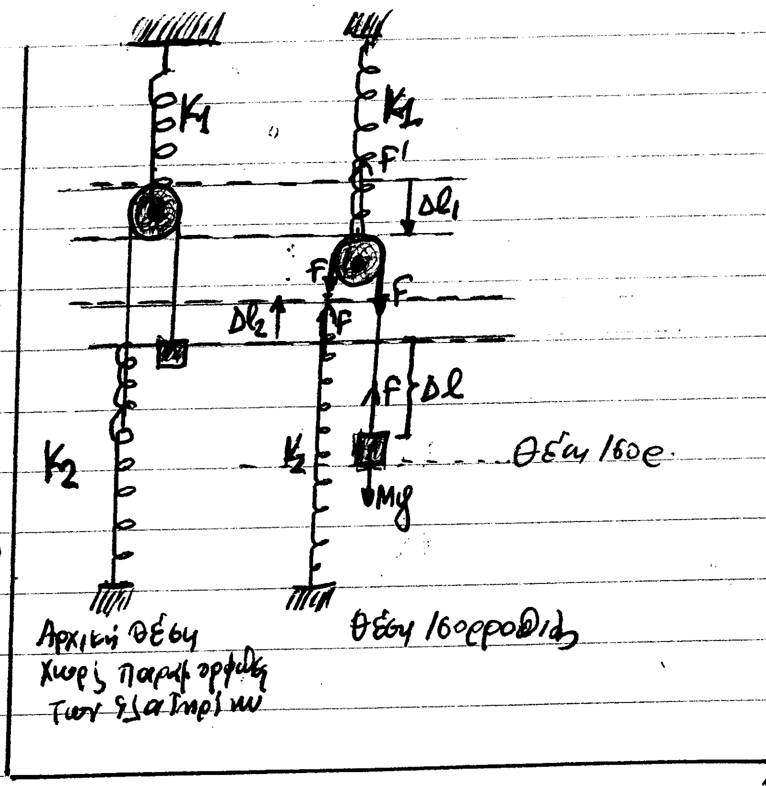
Ελατήριο k_2: $F=k_2\Delta l_2$ } (2)

Από το σχήμα $\Delta l=2\Delta l_1+\Delta l_2 \overset{(2)}{\Rightarrow}$

$\Delta l=2\frac{F'}{k_1}+\frac{F}{k_2}$ ή $\Delta l=\frac{4F}{k_1}+\frac{F}{k_2}$ ή

$F=\Delta l\cdot\frac{k_1k_2}{4k_2+k_1}$ (3) $\overset{(1)}{\Rightarrow}$ $\Delta l\frac{k_1k_2}{4k_2+k_1}=Mg$ (4)

Από τη σχέση (3) φαίνεται ότι η F είναι ανάλογη της απομάκρυνσης του ταλαντωτή από την



αρχική θέση όπου τα ελατήρια δεν είναι παραμορφωμένα.

Για τυχαία απομάκρυνση ψ τον ταλαντωτή από τη θέση ισορροπίας έχουμε $\Sigma F=mg-F'=mg-(\Delta l+\psi)\frac{k_1k_2}{4k_2+k_1} \overset{(4)}{\Rightarrow} \Sigma F=-\frac{k_1k_2}{4k_2+k_1}\psi$

Άρα έχουμε α.α.τ. με $D=\frac{k_1k_2}{4k_2+k_1}=100\,N/m$

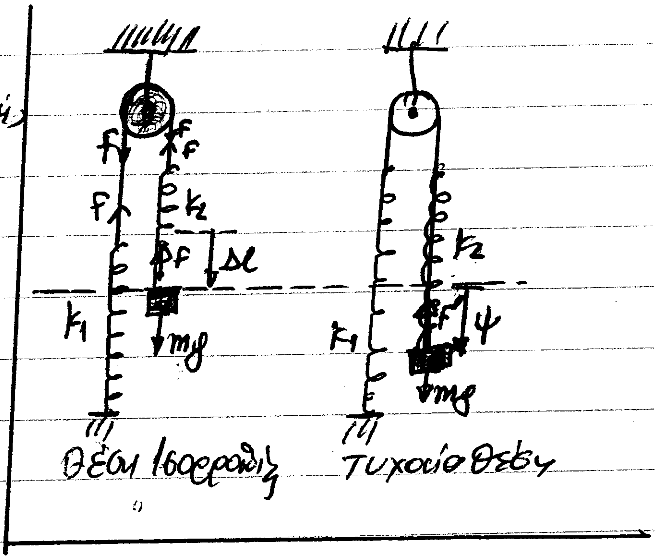
β) $D=m\omega^2$ ή $\omega=10\,rad/s$

$v_0=\omega A$ ή $A=0{,}1m$ και $T=\frac{2\pi}{\omega}$ ή $T=0{,}628s$

4.2.88. α) Στην κατάσταση ισορροπίας (βλ. σχήμα) το σώμα έχει «κατέλθει» κατά $\Delta l=\Delta l_2+\Delta l_1=\frac{F}{k_2}+\frac{F}{k_1}$ ή $\Delta l=F\frac{k_1+k_2}{k_1k_2}$

ή $F=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}\Delta l$ (1) και $F=mg=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}\Delta l$ (2)

Από τη σχέση (1) φαίνεται ότι η δύναμη που δέχεται ο ταλαντωτής είναι ανάλογη της απόστασης Δl του σώματος από την αρχική θέση.
Σε τυχαία απομάκρυνση ψ.



$\Sigma F_1 = mg - F' = mg - \frac{k_1 k_2}{k_1+k_2}(\Delta l + \psi) \xrightarrow{2}$

$\Sigma F_\psi = -\frac{k_1 k_2}{k_1+k_2}\psi$ άρα έχουμε α.α.τ με $D = \frac{k_1 k_2}{k_1+k_2} = 75\,N/m$ και $A = 0{,}1m$

β) $\omega = \sqrt{D/m} = 5\,rad/s$ και $v_0 = \omega A$ ή $v_0 = 0{,}5\,m/s$

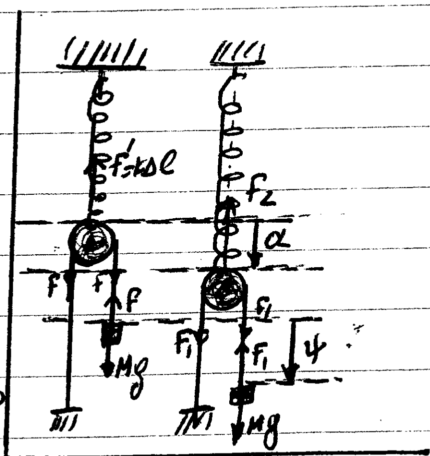
γ.1) Αν $\psi = +0{,}06m$, $\Sigma F = -D\psi$ ή $mg - F = -D\psi$ ή $F = 34{,}5N$

$\Delta l_1 = \frac{F}{k_1} = \frac{34{,}5}{100} = 0{,}345m$ και $\Delta l_2 = \frac{F}{k_2} = \frac{34{,}5}{300} = 0{,}115m$

γ.2) Αν $\psi = -0{,}06m$, $\Sigma F = -D\psi$ ή $mg - F = -D\psi$ ή $F = 25{,}5N$

$\Delta l_1 = \frac{F}{k_1} = \frac{25{,}5}{100} = 0{,}255m$ και $\Delta l_2 = \frac{F}{k_2} = \frac{25{,}5}{300} = 0{,}085m$

4.2.89 α) Ισορροπία συστήματος



Σώμα $F = Mg$
Τροχαλία $2F = k\Delta l$ $\Big\} \Rightarrow 2Mg = k\Delta l$ (1)

Τυχαία Απομάκρυνση ψ:

Από το σχήμα: $\psi = 2\alpha$ ή $\alpha = \frac{\psi}{2}$ (2)

Σώμα: $\Sigma F = Mg - F_1$ (3)

Τροχαλία: $2F_1 = F_2$ ή $2F_1 = k(\Delta l + \alpha) \xrightarrow{(1),(2)}$

$F_1 = \frac{k\Delta l}{2} + k\frac{\psi}{4}$ ή $F_1 = Mg + \frac{k}{4}\psi$. Με βάση αυτή η (3) γράφεται

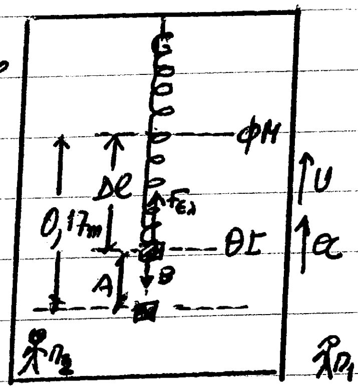
$(3) \Rightarrow \Sigma F = -\frac{k}{4}\psi$ άρα α.α.τ με $D = \frac{k}{4} = 50N/m$ και $A = 0{,}06m$

β) $D = M\omega^2$ ή $\omega = 10\,rad/s$, $v_0 = \omega A$ ή $v_0 = 0{,}6\,m/s$

γ) $\Sigma F = -D\psi$ ή $Mg - F_1 = -D\psi$ ή $F_1 = Mg + D\psi$ ή $F_{1,max} = 0{,}5 \cdot 10 + 50 \cdot 0{,}06 = 8N$

$F_{2,max} = 2F_{1,max}$ ή $F_{2,max} = 16N$

4.2.90. Όταν το σώμα Σ ισορροπεί για τον παρατηρητή $Π_2$ ο ακίνητος παρατηρητής $Π_1$ γράφει $ΣF_y = ma$ ή $F_{ελ} - B = ma$ ή $kΔl - mg = ma$ ή $Δl = 0{,}12m$

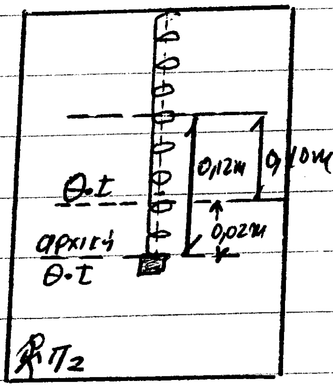


α) πλάτος ταλάντωσης $A = 0{,}17 - 0{,}12$ ή $A = 0{,}05m$
με $ω = \sqrt{D/m} = 10\,rad/s$

β) $υ_0 = ωA = 0{,}5\,m/s$ (ως προς τον παρατηρητή $Π_2$)

γ) $ΣF_{max} = DA = 5N$
$F_{ελ} = kΔl_{max} = 17N$

4.2.91. Όταν $a = σταθ = 2\,m/s^2$ το ελατήριο έχει επιμήκυνση $Δl_1$: $ΣF_y = ma$ ή $kΔl_1 - mg = ma$ ή $Δl_1 = 0{,}12m$
Όταν $υ = $ σταθερή το ελατήριο έχει επιμήκυνση $Δl_2$: $ΣF_y = 0$ ή $kΔl_2 = mg$ ή $Δl_2 = 0{,}10m$. Μόλις καταργηθεί η επιτάχυνση το ασανσέρ κινείται με σταθερή ταχύτητα και αλλάζει η θέση ισορροπίας του σώματος από $Δl_1 = 0{,}12m$ σε $Δl_2 = 0{,}10m$

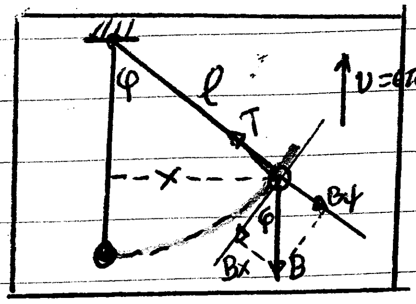


α) $A = Δl_1 - Δl_2 = 0{,}02m$, $D = k = mω^2$ ή $ω = 10\,rad/s$, $T = 2π/ω$ ή $T = 0{,}628\,s$

β) $y = 0{,}02ημ(10t + 3π/2)$ και $υ = 0{,}2συν(10t + \frac{3π}{2})$ (ως προς τον $Π_2$)

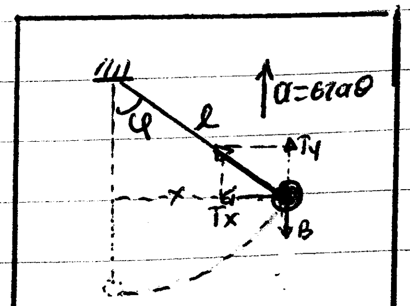
4.2.92 α) $D = mω^2 = k$ ή $ω = 10\,rad/s$. Η ταχύτητα $υ = 2m/s$ θα αποτελέσει λόγω αδράνειας την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης $υ = ωA$ ή $A = 0{,}2m$
και $T = \frac{2π}{ω}$ ή $T = 0{,}628\,s$

β) $y = 0{,}2ημ(10t)$ και $υ = 2συν(10t)$



4.2.93. α) $ΣF_{εφ} = -mgημφ$ ή $ΣF_{εφ} = -\frac{mg}{\ell}x$
Για $φ \le 3^\circ$, x απομάκρυνση άρα α.α.τ
με $D = \frac{mg}{\ell}$, $T = 2π\sqrt{g/\ell} = 0{,}4π = 1{,}256\,s$

β) $ΣF_x = -T_x = -Tημφ$ (1)
$ΣF_y = ma \Rightarrow Tσυνφ - mg = ma$ ή $T = \frac{m(g+a)}{συνφ}$ (2)



(1),(2) $\Rightarrow$ $ΣF_x = -m(g+a)εφφ$ και για $φ \le 3^\circ$
$εφφ \simeq ημφ = \frac{x}{\ell}$ άρα $ΣF_x = -\frac{m(g+a)}{\ell}x$
α.α.τ με $D = \frac{m(g+a)}{\ell}$ και

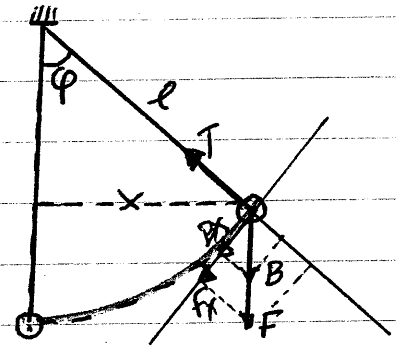
$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+a}}$ ή $T=1,146s$

4.2.94 $\Sigma F_x=-B_x-F_x=-mg\eta\mu\varphi-Eq\eta\mu\varphi$ ή

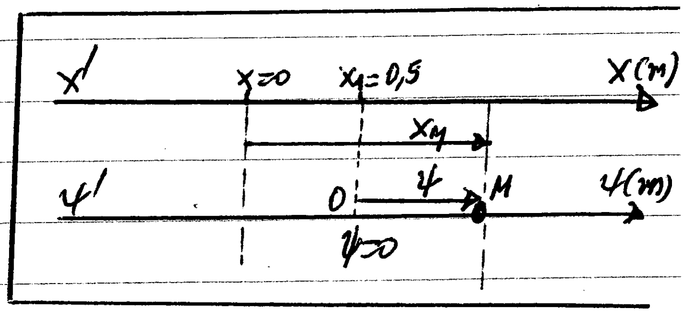
$\Sigma F_x=-\frac{mg+Eq}{\ell}x$ αν $\varphi\leq 3^\circ$, x απομάκρυνση

άρα α.α.τ με $D=\frac{mg+Eq}{\ell}=10N/m$

$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ ... $T=\frac{\pi}{5}s$



4.2.95 α) Στον άξονα x'x —που δεν είναι άξονας ταλάντωσης— η θέση ισορροπίας είναι στη συντεταγμένη x_1 όπου $\Sigma F_x=0$ ή $5-10x_1=0$ ή $x_1=0,5m$. Το σώμα αν εκτελεί α.α.τ αυτή θα έχει μέσο το σημείο που έχει συντεταγμένη $x_1=+0,5m$.



α) Ορίζουμε άξονα ταλάντωσης ψ'ψ θέτοντας ψ=0 στη θέση $x_1=+0,5m$. Για να δείξουμε ότι εκτελεί α.α.τ αρκεί $\Sigma F_y=-D\psi$. Σε τυχαία θέση Μ που έχει απομάκρυνση ψ και συντεταγμένη $x_M=0,5+\psi$ γράφουμε

$\Sigma F=5-10x_M=5-10(0,5+\psi)$ ή $\Sigma F=-10\psi$; άρα έχουμε α.α.τ με $D=10N/m$

β) $D=m\omega^2$ ή $\omega=10\,rad/s$, $K_{max}=\frac{1}{2}DA^2$ ή $5=5A^2$ ή $A=1m$

γ) $\psi=1\eta\mu(10t)$, $x=0,5+\psi \Rightarrow x=0,5+1\eta\mu(10t)$ (SI)

$v=10\sigma\upsilon\nu(10t)$

4.2.96 α) Θέση ισορροπίας του δίσκου

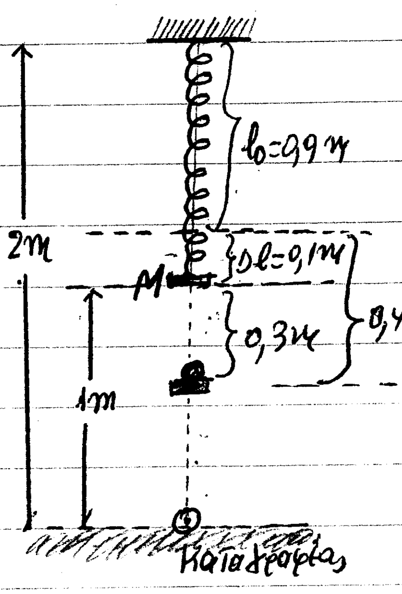
$Mg=K\Delta\ell$ ή $K=100N/m$

β) Όταν προσθέσαμε το σώμα στο δίσκο η θέση ισορροπίας του συστήματος είναι στη θέση $(M+m)g=K\Delta\ell'$ ή

$\Delta\ell'=0,4m$ ... άρα α.α.τ με $A=0,3m$ και

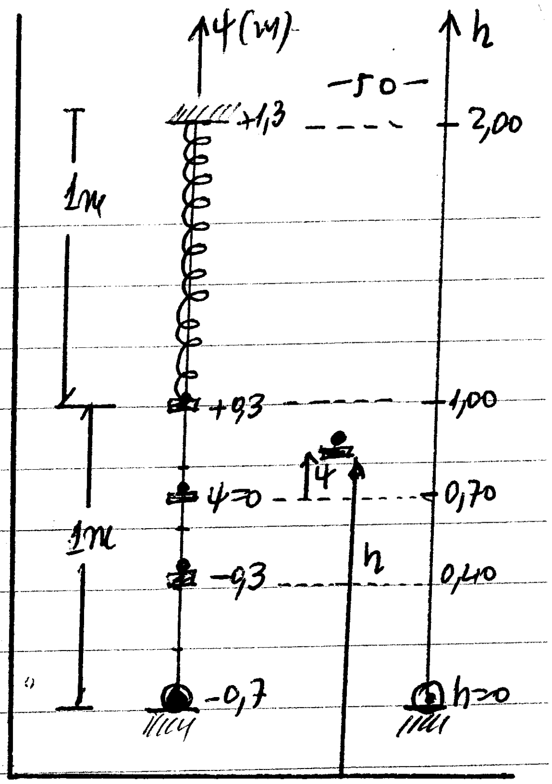
$D=K=m_{ολ}\omega^2$ ή $\omega=5\,rad/s$

Ο καταγραφέας θα δείχνει τιμές $0,4\leq H\leq 1m$ (βλ. επόμενο σχήμα)



δ) $\psi = 0,3\,\eta\mu(5t+\frac{\pi}{2})$ (S.I.)

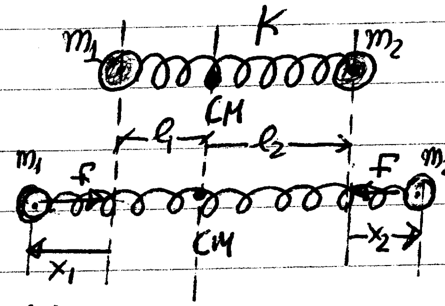
$h = 0,7+\psi$ ή $h = 0,7+0,3\,\eta\mu(5t+\frac{\pi}{2})$



4.2.97.

Α,Β) Επειδή το σύστημα αρχικά ηρεμεί και $\Sigma F_{\varepsilon\xi}=0$ το κέντρο μάζας του συστήματος θα παραμείνει ακίνητο ανεξάρτητα από την κίνηση των μαζών m_1 και m_2.
Πριν απομακρυνθούν οι μάζες, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Από το ορισμό του CM

$0=\frac{-m_1\ell_1+m_2\ell_2}{m_1+m_2}$ $\quad \frac{m_1}{m_2}=\frac{\ell_2}{\ell_1}$ (1)



Για τη χρονική στιγμή t και τις αντίστοιχες θέσεις έχουμε $0=\frac{-m_1(\ell_1+x_1)+m_2(\ell_2+x_2)}{m_1+m_2} \xRightarrow{(1)} \frac{m_1}{m_2}=\frac{x_2}{x_1}$ (2)

Το ελατήριο ασκεί σε κάθε μάζα δύναμη $F=K(x_1+x_2)$ (3)

Από τη σχέση (2) παίρνουμε

$$\left.\begin{aligned} &\bullet\ \frac{m_1}{m_2}=\frac{x_2}{x_1} \Rightarrow \frac{m_1+m_2}{m_2}=\frac{x_2+x_1}{x_1} \text{ ή } x_1+x_2=\frac{m_1+m_2}{m_2}x_1 \\ &\bullet\ \frac{m_1}{m_2}=\frac{x_2}{x_1} \Rightarrow \frac{m_1}{m_1+m_2}=\frac{x_2}{x_1+x_2} \text{ ή } x_1+x_2=\frac{m_1+m_2}{m_1}x_2 \end{aligned}\right\}(4)$$

Με βάση τις σχέσεις (3) και (4) σημειώνουμε:

- Η δύναμη που ασκείται στη μάζα m_1 είναι $\Sigma F_x=F=K\frac{m_1+m_2}{m_2}x_1$ άρα α.α.τ με $D_1=K\frac{m_1+m_2}{m_1}$
- Όμοια η δύναμη που ασκείται στη μάζα m_2 είναι $\Sigma F_x=F=K\frac{m_1+m_2}{m_1}x_2$ άρα α.α.τ με $D_2=K\frac{m_1+m_2}{m_2}$

Γ) Μάζα m_1, $T_1=2\pi\sqrt{m_1/D_1}$
μάζα m_2, $T_2=2\pi\sqrt{m_2/D_2}$ $\Bigg\} \Rightarrow T_1=T_2=2\pi\sqrt{\frac{m_1m_2}{K(m_1+m_2)}}=\frac{2\pi}{10}$ s και $\omega=10$ rad/s

Δ) $\frac{m_1}{m_2}=\frac{x_2}{x_1}$ ή $\frac{3}{6}=\frac{x_2}{0,1}$ ή $x_2=0,05$ m.